

İKTİSADIN MATEMATİK TEMELLERİ-I

(Toplam, Marjinal, Ortalama ilişkisi)

- Mikro ve Makro iktisat analizlerinde üretim, maliyet, fayda, gelir vb) en sık karşılaşılan üç temel büyüklük bulunur.

1. Toplam Büyüklük (T-Total)
2. Marjinal Büyüklük (M-Marginal)
3. Ortalama Büyüklük (A-Average)

İktisadi analiz yapabilmenin ve sonuçları çıkarabilmenin temel aracı bu üç kavram arasındaki matematiksel ve grafiksel ilişkiyi net kavramaktır.

- Toplam Büyüklük (T)

→ Toplam Fayda (TU-Total utility): Tüketilen mal miktarına bağlı toplam

⊕ Tatmin

→ Toplam Ürün (TP-Total product): Kullanılan girdi miktarına (L) bağlı

⊕ toplam üretim

→ Toplam Maliyet (TC-Total cost): Üretim miktarına bağlı (Q) toplam

⊕ maliyet

→ Toplam Hasılat (TR-Total Revenue): Satılan ürün miktarına (Q)

⊕ bağlı toplam gelir.

- Marjinal Büyüklük (M)

→ Bağımsız değişken 1 birim artırıldığında toplam büyüklükte meydana gelen değişimi gösterir. Matematiksel olarak türevle tanımlık gelir.

$$M = \frac{\Delta \text{Toplam}}{\Delta \text{Miktar}} = \frac{d(\text{Toplam})}{dQ}$$

- Marjinal Fayda (MU): Tüketim 1 birim arttığında toplam faydadaki değişim ($MU = \frac{dTU}{dQ}$).
 - Marjinal Ürün (MP): Girdi 1 birim arttığında toplam ürün-deki değişim ($MP = \frac{dTP}{dL}$).
 - Marjinal Maliyet (MC): Üretim 1 birim arttığında toplam maliyetteki değişim ($MC = \frac{dTC}{dQ}$).
 - Marjinal Hasılat (MR): Satış 1 birim arttığında toplam hat-ladaki değişim ($MR = \frac{dTR}{dQ}$).
- ⇒ Kural: Herhangi bir toplam fonksiyonun birinci türevi, bize o fonksiyona ait marjinal fonksiyonu verir.

• Ortalama Büyüklük (A)

⇒ Birim başına düşen toplam büyüklük, miktarıdır. Matematik-sel olarak toplam fonksiyonun bağımsız değişkene bölün-mesiyle bulunur.

• ortalama fayda: $(AU) = \frac{TU}{Q}$ • ortalama ürün: $AP = \frac{TP}{L}$

• ortalama Maliyet: $AC = \frac{TC}{Q}$ • ortalama Hasılat: $AR = \frac{TR}{Q}$

- Toplam, Marjinal ve Ortalama ilişkisi

- marjinal > ortalama ($M > A$): Toplam büyüklük artar.
- marjinal = 0 ise: Toplam büyüklük maksimum noktasına ulaşır.
- marjinal < 0 ise: Toplam büyüklük azalmaya başlar.
- marjinalin maksimum olduğu nokta: Toplam fonksiyon grafiğinin büküm noktasıdır.

- Marjinal ve Ortalama ilişkisi
- $\text{marjinal} > \text{Ortalama} (M > A)$ Ortalama büyüklük artar.
- $\text{marjinal} = \text{Ortalama} (M = A)$ Ortalama büyüklük maksimum/minimum noktasındadır.

$\Rightarrow$ (Marjinal eğrisi, ortalama eğrisini her zaman tepe veya dip noktalarından keser.)

$\Rightarrow$ marjinal (Ortalama $(M > A)$ ise $\rightarrow$ Ortalama büyüklük azalır.

• Soru Çözümü

1 $\Rightarrow TC = 3Q^2 + 20Q + 100$ veriliyor. $Q = 5$ ise TC, MC, AC nedir?

$\Rightarrow$ Çözüm:

$$a) TC(5) = 3 \cdot 5^2 + 20 \cdot 5 + 100 = 275$$

$$b) MC = \frac{dTC}{dQ} = 6Q + 20 = 6 \cdot 5 + 20 = 50$$

$$c) AC = \frac{TC}{Q} = \frac{275}{5} = 55$$

2 $\Rightarrow TU = 100Q - 2Q^2$ ise Toplam fayda hangi Q seviyede maksimum olur.

$\Rightarrow$ Çözüm:

Toplam faydanın maks. olması için $MU = 0$ olmalıdır.

$$MU = 0 \text{ için } MU = \frac{dTU}{dQ} = 100 - 4Q = 100 - 4Q$$

$$Q = 25$$

- Toplam, Marjinal ve Ortalama Eğnilerinin Geometrik Davranışının Davranışları

A. Ortalama Büyüklüğün Grafiksel Elde Edilişi

- Herhangi bir toplam Büyüklük (T) eğrisi üzerinden belirli bir noktaya Ortalama Büyüklük (A), orjinden o noktaya çizilen ışının eğime eşittir.

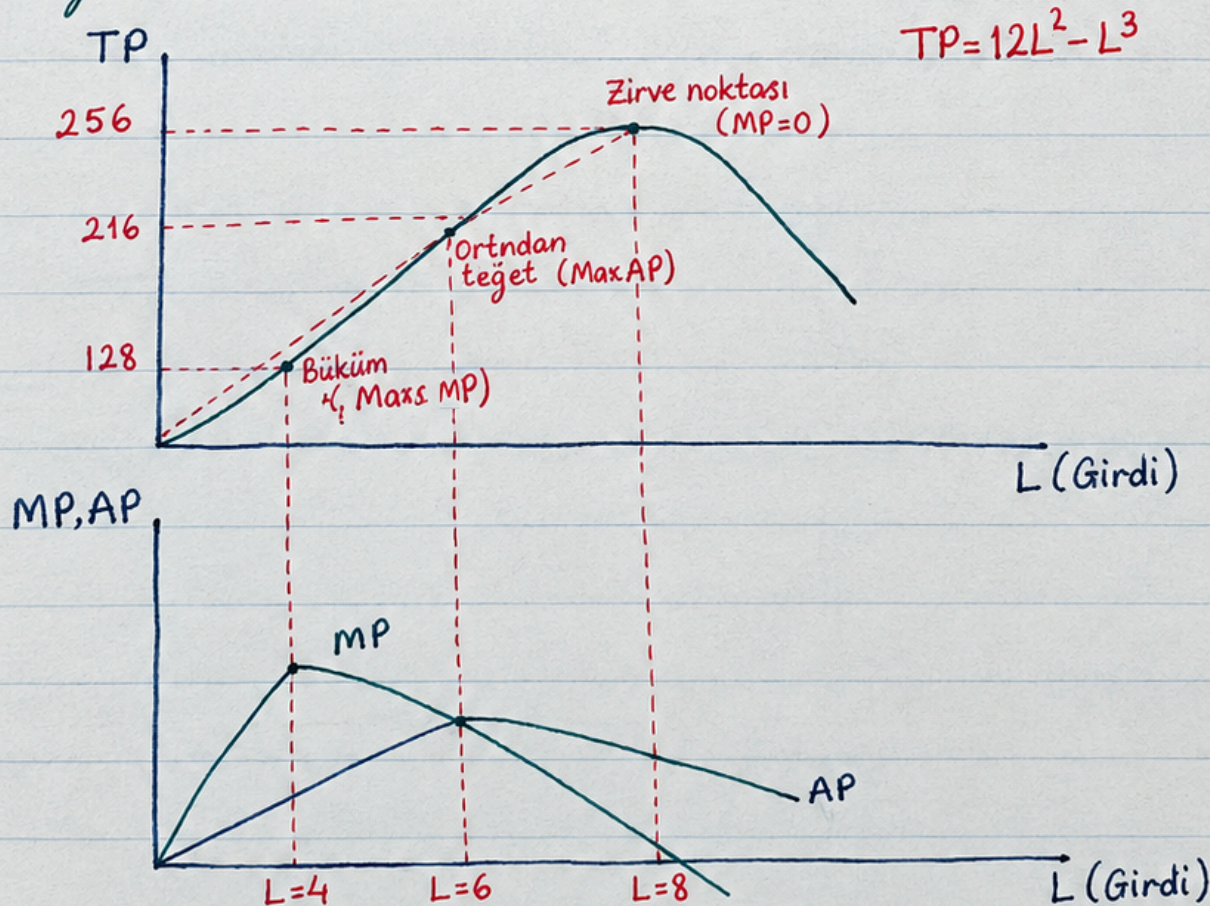
$$\text{Ortalama (A)} = \text{Orjinden ilgili noktaya çizilen ışının eğimi} = \frac{\text{Toplam}}{\text{Miktar}}$$

B. Marjinal Büyüklüğün Grafiksel Elde Edilişi (Teğet Eğimi)

- Toplam büyüklük eğrisi üzerinde ki belirli bir noktadaki Marjinal Büyüklük (M) o noktadan geçen teğedin eğimine eşittir.

$$\text{Marjinal (M)} = \text{Toplam çizgisine o noktada çizilen teğet eğimi} = \frac{d(T)}{d(Q)}$$

- Eğri İlişkileri ve Grafik Yapısı



- Grafiklerin analizi eklin

⇒ Finansman toplam ürün fonksiyonu $TP = 12L^2 - L^3$

a) Marjinal ürünün (MP) maksimum olduğu girdi seviyesi?

$$I. MP = \frac{dTP}{dL} = 24L - 3L^2$$

II. MP'nin maksimum olduğu yeri bulmak için MP türevini alıp 0'a eşitlenir.

$$\frac{d(MP)}{dL} = 24 - 6L = 0 \Rightarrow L = 4$$

$L = 4$ noktasında marjinal ürün en yüksek değerine ulaşır (Büküm nok)

b) Ortalama ürünün (AP) maksimum olduğu girdi seviyesi bulunur?

$$I. AP = \frac{TP}{L} = \frac{12L^2 - L^3}{L} = 12L - L^2$$

II. $MP = AP'$:

$$= 24L - 3L^2 = 12L - L^2$$

$$= 12L = 3L^2$$

$$L = 6$$

$L = 6$ seviyesinde ortalama ürün maksimum olur ($MP = AP$).

- Toplam Zirvede $\Rightarrow$ Marjinal = 0
- Ortalama Zirve $\Rightarrow$ Marjinal = ortalama ($MP = AP$)
- Marjinal Zirvede $\Rightarrow$ Toplam fonksiyon büküm noktasında
- Orjinden eğilen teğet $\Rightarrow$ Ortalama maksimum.